

भौतिकी / PHYSICS

प्रश्न-पत्र I / Paper I

निर्धारित समय : तीन घंटे

Time Allowed : **Three Hours**

अधिकतम अंक : 250

Maximum Marks : 250

प्रश्न-पत्र संबंधी विशेष अनुदेश

कृपया प्रश्नों के उत्तर देने से पूर्व निम्नलिखित प्रत्येक अनुदेश को ध्यानपूर्वक पढ़ें :

इसमें आठ प्रश्न हैं जो दो खण्डों में विभाजित हैं तथा हिन्दी और अंग्रेज़ी दोनों में छपे हुए हैं।

परीक्षार्थी को कुल पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं।

प्रश्न संख्या 1 और 5 अनिवार्य हैं तथा बाकी प्रश्नों में से प्रत्येक खण्ड से कम-से-कम एक प्रश्न चुनकर किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

प्रत्येक प्रश्न/भाग के अंक उसके सामने दिए गए हैं।

प्रश्नों के उत्तर उसी प्राधिकृत माध्यम में लिखे जाने चाहिए, जिसका उल्लेख आपके प्रवेश-पत्र में किया गया है और इस माध्यम का स्पष्ट उल्लेख प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर निर्दिष्ट स्थान पर किया जाना चाहिए। प्राधिकृत माध्यम के अतिरिक्त अन्य किसी माध्यम में लिखे गए उत्तर पर कोई अंक नहीं मिलेंगे।

यदि आवश्यक हो, तो उपयुक्त आँकड़ों का चयन कीजिए तथा उनको निर्दिष्ट कीजिए।

जब तक उल्लिखित न हो, संकेत तथा शब्दावली प्रचलित मानक अर्थों में प्रयुक्त हैं।

प्रश्नों के उत्तरों की गणना क्रमानुसार की जाएगी। यदि काटा नहीं हो, तो प्रश्न के उत्तर की गणना की जाएगी चाहे वह उत्तर अंशतः दिया गया हो। प्रश्न-सह-उत्तर (क्यू.सी.ए.) पुस्तिका में खाली छोड़ा हुआ पृष्ठ या उसके अंश को स्पष्ट रूप से काटा जाना चाहिए।

Question Paper Specific Instructions

Please read each of the following instructions carefully before attempting questions :
There are **EIGHT** questions divided in **TWO SECTIONS** and printed both in **HINDI** and in **ENGLISH**.

Candidate has to attempt **FIVE** questions in all.

Questions no. **1** and **5** are compulsory and out of the remaining, any **THREE** are to be attempted choosing at least **ONE** question from each section.

The number of marks carried by a question / part is indicated against it.

Answers must be written in the medium authorized in the Admission Certificate which must be stated clearly on the cover of this Question-cum-Answer (QCA) Booklet in the space provided. No marks will be given for answers written in a medium other than the authorized one.

Assume suitable data, if considered necessary, and indicate the same clearly.

Unless and otherwise indicated, symbols and notations carry their usual standard meanings.

Attempts of questions shall be counted in sequential order. Unless struck off, attempt of a question shall be counted even if attempted partly. Any page or portion of the page left blank in the Question-cum-Answer (QCA) Booklet must be clearly struck off.

भौतिक नियतांक :

प्रकाश का वेग	$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
बोल्ट्ज़मान नियतांक	$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
प्लांक नियतांक	$h = 6.627 \times 10^{-34} \text{ J s}$
मुक्त आकाश की विद्युत्शीलता (परावैद्युतांक)	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
मुक्त आकाश की पारगम्यता	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
इलेक्ट्रॉन का आवेश	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
इलेक्ट्रॉन का विराम द्रव्यमान	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
सार्वत्रिक गैस नियतांक	$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
सार्वत्रिक गुरुत्वाकर्षण नियतांक	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$

Physical Constants :

Velocity of light	$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$
Boltzmann constant	$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$
Planck constant	$h = 6.627 \times 10^{-34} \text{ J s}$
Permittivity of free space	$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$
Permeability of free space	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$
Charge of the electron	$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
Rest mass of the electron	$m_e = 9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Universal gas constant	$R = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$
Universal gravitational constant	$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$

खण्ड A

SECTION A

- Q1.** (a) आन्तरिक अर्द्धव्यास R के एक बृहत् स्थिर बेलन (सिलिंडर) को लीजिए। अर्द्धव्यास r का एक छोटा ठोस बेलन बृहत् बेलन के अन्दर बिना फिसले लुढ़कता है। छोटे बेलन की गति का समीकरण निर्धारित कीजिए।

Consider a large stationary cylinder of inner radius R . A smaller solid cylinder of radius r rolls without slipping inside the larger cylinder. Determine the equation of motion of the smaller cylinder.

10

- (b) द्रव्यमान M और अर्द्धव्यास R के एक एकसमान ठोस गोले की गुरुत्वीय नैज-ऊर्जा के लिए व्यंजक व्युत्पन्न कीजिए।

Derive the expression for the gravitational self-energy of a uniform solid sphere of mass M and radius R .

10

- (c) विरामावस्था द्रव्यमान 1 kg और $0.9c$ परिमाण के वेग का एक कण विरामावस्था में द्रव्यमान 2 kg के एक कण से टकराता है। संघट्टन के पश्चात दोनों कण संलयित हो जाते हैं और द्रव्यमान M तथा वेग V का एक एकल कण बनाते हैं। M और V निर्धारित कीजिए।

A particle of rest mass 1 kg and velocity of magnitude $0.9c$ collides with a particle of mass 2 kg at rest. After collision the two particles coalesce and form a single particle of mass M and velocity V . Determine M and V .

10

- (d) एक द्वि-स्लिट फ्राउनहॉफर विवर्तन प्रयोग में, स्लिट चौड़ाई 0.12 mm है और दोनों स्लिटों के बीच पार्थक्य 0.48 mm है। स्लिटों से स्क्रीन की दूरी 1.5 m है। यदि प्रयुक्त प्रकाश का तरंगदैर्घ्य 600 nm है, तो (i) व्यतिकरण उच्चिष्ठ के लुप्त क्रम, और (ii) केन्द्रीय उच्चिष्ठ और प्रथम निम्निष्ठ के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

In a double slit Fraunhofer diffraction experiment, the slit width is 0.12 mm and the spacing between the two slits is 0.48 mm . The distance of the screen from the slits is 1.5 m . If the wavelength of the light used is 600 nm , determine (i) the missing orders of the interference maxima, and (ii) the distance between the central maxima and the first minima.

10

- (e) एक 20 mW लेजर स्रोत द्वारा उत्पन्न तरंगदैर्घ्य 600 nm का एक प्रकाश पुंज एक समतल दर्पण पर आपतित है। निर्धारित कीजिए :

- (i) दर्पण की सतह से टकराते प्रति सेकण्ड फोटॉनों की संख्या।
- (ii) दर्पण पर प्रकाश पुंज द्वारा डाला गया बल।

A light beam of wavelength 600 nm produced by a 20 mW laser source is incident on a plane mirror. Determine :

- (i) number of photons per second striking the surface of the mirror.
- (ii) force exerted by the light beam on the mirror.

10

- Q2.** (a) एक पिंड बिना किसी बल के अधीन एक बिन्दु 'O' के परितः गतिमान है। 'O' पर जड़त्व के मुख्य आघूर्ण $3A$, $5A$ और $6A$ हैं। मुख्य अक्षों के परितः आरम्भिक कोणीय वेग के घटक $\omega_1 = n$, $\omega_2 = 0$ और $\omega_3 = n$ हैं। समय t के बृहत् मानों के लिए घटकों ω_1 , ω_2 और ω_3 को ज्ञात कीजिए।

A body moves about a point 'O' under no force, the principal moments of inertia at 'O' being $3A$, $5A$ and $6A$. The components of the initial angular velocity about the principal axes are $\omega_1 = n$, $\omega_2 = 0$ and $\omega_3 = n$. Find the components ω_1 , ω_2 and ω_3 for large values of time t .

20

- (b) एक सरल आवर्ती दोलक निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित है

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0;$$

जहाँ $m = 0.25 \text{ kg}$, $\gamma = 0.07 \text{ kg s}^{-1}$ और $k = 85 \text{ Nm}^{-1}$ है। निर्धारित कीजिए (i) दोलन का आवर्तकाल, और (ii) दोलनों की संख्या जिनमें उसका आयाम उसके प्रारम्भिक मान का आधा हो जाएगा।

A harmonic oscillator is represented by the equation

$$m \frac{d^2x}{dt^2} + \gamma \frac{dx}{dt} + kx = 0;$$

where $m = 0.25 \text{ kg}$, $\gamma = 0.07 \text{ kg s}^{-1}$ and $k = 85 \text{ Nm}^{-1}$. Determine (i) the period of oscillation, and (ii) the number of oscillations in which its amplitude will become half of its original value.

15

- (c) दर्शाइए कि लोरेन्ट्ज रूपान्तरणों के अधीन विद्युत-चुम्बकीय तरंग समीकरण निश्चर है।

Show that the electromagnetic wave equation is invariant under Lorentz transformations.

15

- Q3.** (a) एक अनुनादक बनाते दर्पणों के एक युग्म के बीच रखे एक सक्रिय माध्यम के एक लेजर निकाय को लीजिए। लेजर के दोलनों के लिए आवश्यक देहली (थ्रेशोल्ड) जनसंख्या व्युत्क्रमण के लिए एक व्यंजक प्राप्त कीजिए।

Consider a laser system consisting of an active medium placed between a pair of mirrors forming a resonator. Obtain an expression for the threshold population inversion required for the oscillations of laser.

20

- (b) एक He - Ne लेजर निकाय के लिए, यदि अनुनादी आवृत्ति $\omega_0 = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ और तापक्रम $T = 300 \text{ K}$ है, तो $\Delta\omega_D$ का परिमाण क्या होगा जो रेखा आकृति फलन $g(\omega)$ के FWHM को निरूपित करता है ?

For a He - Ne laser system, what will be the magnitude of $\Delta\omega_D$ which represents FWHM of the line shape function $g(\omega)$, if resonant frequency $\omega_0 = 3 \times 10^{15} \text{ s}^{-1}$ and temperature $T = 300 \text{ K}$?

10

- (c) द्रव्यमान M और भुजा 'a' का एक घन x-अक्ष के अनुदिश अपने एक किनारे के परितः कोणीय वेग ω से घूर्णन कर रहा है। उसके कोणीय संवेग और उसकी गतिज ऊर्जा के लिए व्यंजकों को प्राप्त कीजिए।

(दिया गया है, $I_{XX} = \frac{2}{3} Ma^2$, $I_{YX} = -\frac{1}{4} Ma^2$ और $I_{ZX} = -\frac{1}{4} Ma^2$)

A cube of mass M and side 'a' is rotating with angular velocity ω around one of its edges, which is, say, along the x-axis. Obtain the expressions for its angular momentum and kinetic energy.

20

(Given that the $I_{XX} = \frac{2}{3} Ma^2$, $I_{YX} = -\frac{1}{4} Ma^2$ and $I_{ZX} = -\frac{1}{4} Ma^2$)

- Q4. (a) सापेक्ष अपवर्तनांक n के एक पदार्थ से निर्मित मोटाई t के एक मोटे लेंस को लीजिए। मान लीजिए कि उसके दो पृष्ठों की वक्रता के अर्द्धव्यास R_1 और R_2 हैं। लेंस की निकाय मैट्रिक्स (आव्यूह) प्राप्त कीजिए।

Consider a thick lens of thickness t made of a material of relative refractive index n . Let R_1 and R_2 be the radii of curvature of its two surfaces. Obtain the system matrix of the lens.

15

- (b) अपवर्तनांक n_2 और मोटाई h की एक समतल समान्तर फ़िल्म से होने वाले बहुल परावर्तनों को लीजिए और फ़िल्म के पृष्ठ से होने वाली कुल परावर्तकता के लिए व्यंजक की व्युत्पत्ति कीजिए।

Consider multiple reflections from a plane parallel film of thickness h and refractive index n_2 and derive an expression for the total reflectivity from the surface of the film.

20

- (c) एक द्रव्यमान M , लम्बाई l और अर्द्धव्यास r के ठोस कूपक (शैफ़्ट) को समान लम्बाई l और समान τ/θ की रेटिंग, जहाँ τ बल-युग्म और θ व्यावर्तन कोण है, के एक हल्के खोखले कूपक द्वारा प्रतिस्थापित किया जाना है। यदि खोखले कूपक का बाह्य अर्द्धव्यास उसके आन्तरिक अर्द्धव्यास का दो गुना है, तो उसके द्रव्यमान में प्रतिशत कमी का आकलन कीजिए। मान लीजिए कि नए कूपक और प्रतिस्थापित कूपक का पदार्थ समान है।

A solid shaft of mass M , length l and radius r is to be replaced by a lighter hollow shaft of the same length l and having the same ratings of τ/θ , where τ is the couple and θ is the angle of twist. Estimate the percentage reduction in mass of the hollow shaft if the outer radius of the shaft is twice the inner radius. Assume the material of the new shaft is same as that of the replaced shaft.

15

खण्ड B

SECTION B

- Q5.** (a) अनन्त विस्तार के एक आदर्श चालकीय समतल ($z = 0$) से 1 m की दूरी पर स्थित 5 nC के एक बिन्दु आवेश को लीजिए। एक बिन्दु (2, 2, 0) m पर विद्युत-क्षेत्र ज्ञात कीजिए और दर्शाइए कि यह समतल के लम्बवत है।

Consider a point charge of 5 nC placed at a distance of 1 m from a perfect conducting plane ($z = 0$) of infinite extent. Find the electric field at a point (2, 2, 0) m and show that it is normal to the plane.

10

- (b) सुसंकुलित रूप से लपेटे गए 50 फेरों की एक आयताकार कुंडली की विमाएँ $0.5 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$ हैं। इसमें 1.5 A की विद्युत धारा प्रवाहित होती है। यदि एक एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र $B = 0.1 \text{ T}$ इस प्रकार प्रयुक्त किया जाता है कि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा कुंडली के समतल के सापेक्ष 60° का कोण बनाती है, तो चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा कुंडली पर प्रयुक्त बल-आघूर्ण क्या है?

A rectangular coil consists of 50 closely wrapped turns and has dimensions of $0.5 \text{ m} \times 0.4 \text{ m}$. It carries a current of 1.5 A. If a uniform magnetic field $B = 0.1 \text{ T}$ is applied such that the direction of the magnetic field makes an angle of 60° with respect to the plane of the coil, what is the torque exerted on the coil by the magnetic field?

10

- (c) किरखोफ के धारा नियम और किरखोफ के वोल्टता नियम का उल्लेख और व्याख्या कीजिए। आवेश संरक्षण और ऊर्जा संरक्षण के सिद्धान्तों से इन नियमों की व्युत्पत्ति कीजिए।

State and explain Kirchhoff's current law and Kirchhoff's voltage law. Derive these laws from the principles of charge conservation and energy conservation.

10

- (d) अर्द्धव्यास 10 cm की वृत्ताकार पट्टिकाओं से बने एक समान्तर पट्टिका संधारित्र को आवेशित किया जा रहा है। यदि संधारित्र के अन्दर किसी क्षण पर विद्युत-क्षेत्र $5.0 \text{ V m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ की दर से परिवर्तित होता है, तो संधारित्र के अन्दर चुम्बकीय तीव्रता $|\vec{H}|$ की गणना कीजिए।

A parallel plate capacitor having circular plates of radius 10 cm is being charged. If the electric field at any instant within the capacitor changes at the rate $5.0 \text{ V m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, calculate the magnetic intensity $|\vec{H}|$ inside the capacitor.

10

- (e) एक उत्क्रमणीय ऊष्मा इंजन 300 K, 400 K और 1200 K पर तीन भंडारों के साथ संक्रियत है। यह 1200 K पर भंडार से ऊष्मा के रूप में 1200 kJ ऊर्जा अवशोषित करता है और 400 kJ का कार्य प्रदान करता है। अन्य दो भंडारों के साथ ऊष्मा अन्योन्यक्रियाओं को निर्धारित कीजिए।

A reversible heat engine operates with three reservoirs at 300 K, 400 K and 1200 K. It absorbs 1200 kJ energy as heat from the reservoir at 1200 K and delivers 400 kJ work. Determine the heat interactions with the other two reservoirs.

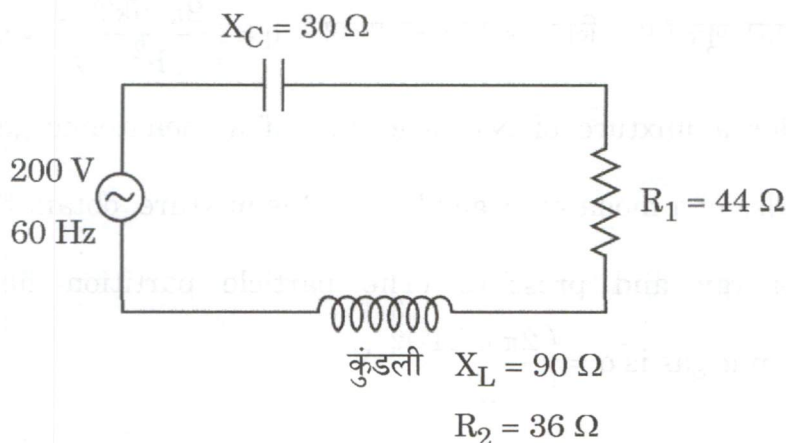
10

- Q6.** (a) विद्युत धारा I प्रवाहित लम्बाई L के एक सीधे लम्बे तार को लीजिए। तार से दूरी x पर अवस्थित बिन्दु P पर चुम्बकीय सदिश विभव \vec{A} ज्ञात कीजिए।

Consider a long straight wire of length L carrying a current I . Determine the magnetic vector potential \vec{A} at a point P located at distance x from the wire.

20

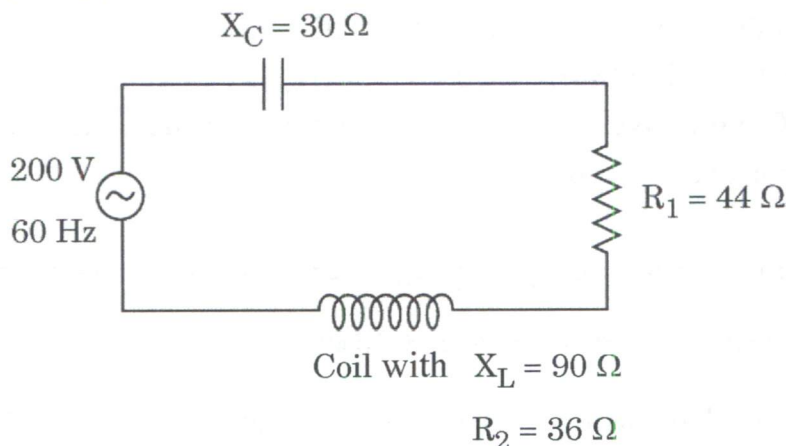
- (b) जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक 200 V, 60 Hz लाइन से सम्बद्ध एक श्रेणी परिपथ में 30Ω की धारिता प्रतिघात का एक संधारित्र, 44Ω का एक अप्रेरणिक प्रतिरोधक और 36Ω प्रतिरोध तथा 90Ω की प्रेरणिक प्रतिघात की एक कुंडली हैं।



ज्ञात कीजिए :

- परिपथ का शक्ति गुणांक
- परिपथ द्वारा अवशोषित शक्ति
- कुंडली में क्षयित शक्ति

As shown in the figure, a series circuit connected across a 200 V, 60 Hz line consists of a capacitor of capacitive reactance of 30Ω , a non-inductive resistor of 44Ω and a coil of inductive reactance 90Ω and resistance 36Ω .



Determine :

15

- Power factor of the circuit
- Power absorbed by the circuit
- Power dissipated in the coil

- (c) एक एकपरमाणुक गैस A के N_A अणुओं और एक एकपरमाणुक गैस B के N_B अणुओं के एक मिश्रण को लीजिए। इस मिश्रण के लिए, हेल्महोल्ट्ज़ मुक्त ऊर्जा और दाब ज्ञात कीजिए। (एक एकपरमाणुक गैस के लिए कण संवितरण फलन है $q = \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} V$).

Consider a mixture of N_A molecules of a monatomic gas A and N_B molecules of a monatomic gas B. For this mixture, obtain the Helmholtz free energy and pressure. (The particle partition function for a monatomic gas is $q = \left(\frac{2\pi mkT}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} V$).

15

- Q7.** (a) एक त्रिअंगी निकाय में दो प्रावस्थाओं के साथ सन्तुलन में तीन घटक (A, B और C) हैं। गिब्स के प्रावस्था नियम का प्रयोग करके स्वतंत्रता की कोटियों की संख्या निर्धारित कीजिए और प्रावस्था सन्तुलन पर दाब तथा तापक्रम के विचरणों के प्रभाव की विवेचना कीजिए।

A ternary system consists of three components (A, B and C) in equilibrium with two phases. Determine the number of degrees of freedom using the Gibb's phase rule and discuss the effect of pressure and temperature variations on the phase equilibrium.

15

- (b) उन निमित्तियों/विचारों की संक्षेप में चर्चा कीजिए जिन्होंने वान्डर वाल्स को गैस समीकरण को संशोधित करने के लिए प्रेरित किया। एक गैस के क्रान्तिक नियतांक क्या हैं? वान्डर वाल्स समीकरण के नियतांकों के पदों में इन नियतांकों के मानों की गणना कीजिए।

Discuss briefly the considerations which led Van der Waals to modify the gas equation. What are the critical constants of a gas? Calculate the values of these constants in terms of the constants of the Van der Waals equation.

15

- (c) एक एकसमान विद्युत-क्षेत्र \vec{E} में अर्द्धव्यास 'a' के एक चालक गोले को लीजिए। गोले पर प्रेरित पृष्ठीय आवेश घनत्व ज्ञात कीजिए और त्रिज्या सदिश \vec{r} द्वारा अभिलक्षित बिन्दु P पर विद्युत-क्षेत्र \vec{E} निर्धारित कीजिए।

Consider a conducting sphere of radius 'a' in a uniform electric field \vec{E} . Find the induced surface charge density on the sphere and determine the electric field \vec{E} at a point P characterized by radius vector \vec{r} .

20

- Q8. (a) (i) मुक्त आकाश में एक विद्युत-क्षेत्र (\vec{E}) निम्नलिखित व्यंजक द्वारा व्यक्त किया गया है :

$$\vec{E} = 10 \cos(\omega t - 100x) \hat{j} \text{ V/m}$$

कोणीय आवृत्ति ω और विस्थापन धारा ज्ञात कीजिए।

In free space, an electric field (\vec{E}) is given by the following expression :

$$\vec{E} = 10 \cos(\omega t - 100x) \hat{j} \text{ V/m}$$

Find the angular frequency ω and the displacement current.

10

- (ii) एक विद्युत-चुम्बकीय तरंग का चुम्बकीय क्षेत्र $|\vec{B}| = 55 \times 10^{-8} \text{ T}$ है। प्वाइंटिंग सदिश का परिमाण ज्ञात कीजिए।

An electromagnetic wave has its magnetic field $|\vec{B}| = 55 \times 10^{-8} \text{ T}$.

Determine the magnitude of the Poynting vector.

5

- (b) व्याख्या कीजिए कि क्यों, साम्यावस्था पर एक घटक का रासायनिक विभव सभी सहविद्यमान प्रावस्थाओं में एकसमान होना चाहिए। एक द्वयी द्रव-वाष्प निकाय के लिए रासायनिक विभव के पदों में साम्यावस्था प्रतिबंध की व्युत्पत्ति कीजिए।

Explain why, at equilibrium, the chemical potential of a component must be the same in all coexisting phases. Derive the equilibrium condition for a binary liquid-vapour system in terms of chemical potential.

15

- (c) बोस-आइन्स्टाइन बंटन फलन का प्रयोग करके कृष्णिका विकिरण के लिए प्लांक विकिरण नियम की व्युत्पत्ति कीजिए। रैले-जीन्स नियम से व्युत्पन्न क्लासिकी परिणामों से किस प्रकार क्वांटम सांख्यिकी परिणाम भिन्न हैं, इसकी व्याख्या कीजिए।

Derive the Planck's radiation law for blackbody radiation using the Bose-Einstein distribution function. Explain how results from quantum statistics differ from classical results derived from the Rayleigh-Jeans law.

20